POČETAK I PRVI VAL PANDEMIJE COVID-19

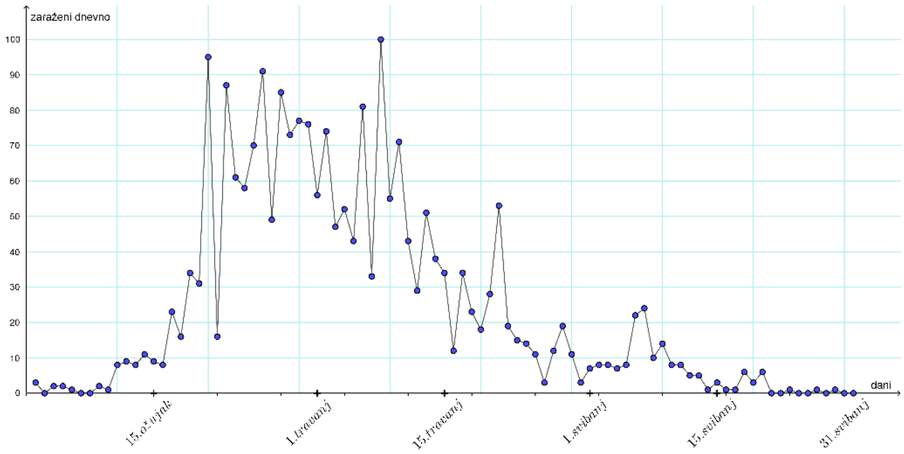
autor Predrag Novaković[1]

UVOD

Prvi puta registrirana 2019. u Kini, bolest COVID-19 vrlo je brzo stigla i u Hrvatsku, tako da smo bili primorani upoznati je već početkom 2020. U razdoblju od 02. ožujka do 01. travnja 2020. godine aktualna virusna infekcija pokazuje trend rasta broja novozaraženih u jedinici vremena. Sam rast novooboljelih promjenljive je naravi, u nekim trenucima raste brže, u nekima sporije, ponekad stagnira, ponekad opada.

Najjednostavniji prikaz vremenskog trenda i razvoja ove bolesti jest grafički prikaz broja zaraženih u vremenskoj jedinici. Kronološki prikupljeni i razvrstani podaci unijeti u koordinatni sustav kao točke s apscisom kao vremenskom osi i ordinatom kao kvantitativnom osi prikazuju pregledno tijek bolesti. Ponekad slijed točaka ostavlja dojam njihova nasumična odabira, no često je primjetno i nekakvo pravilo ili zakonitost, a tada je matematika pozvana da istraži takve pojave.
Do danas su poznate razne vrste funkcija koje opisuju različite pojave, kako u prirodi tako i u društvu, a svoje su mjesto našle u mnogim udžbenicima. Najčešće spominjane su linearne, kvadratne i eksponencijalne funkcije, i zanimljivo, sve tri su se pronašle na početku i u prvom valu pandemije COVID-19.

Promatrano je razdoblje samog početka pandemije od 02. ožujka do 31. svibnja 2020. godine, a korišteni su podaci dostupni putem službene stranice Vlade za pravodobne i točne informacije o koronavirusu[2]. Kronološki razvrstani podaci prikazani su slijedećim grafom:



Iz obrisa ovoga grafa jasno je zašto je prihvaćen naziv „val“ pandemije, grubo su primjetni porast, stagnacija i pad broja zaraženih, ali i veća odstupanja u kraćim vremenskim razdobljima. Preglednija i kvalitetnija analiza trenda rasta broja zaraženih zahtjeva određivanje funkcije koja što bolje prati dobivene podatke. Obično se odabire takva funkcija čije vrijednosti najmanje odstupaju od eksperimentalnih vrijednosti, a pokazano je kako najbolje rezultate daje metoda najmanjih kvadrata[3]. Određivanje funkcije koja najbolje „priliježe“ realnim vrijednostima kada ih je veći broj, zna biti zahtjevan. Danas postoje različiti matematički software-ski paketi, kao i online kalkulatorske usluge[4] (većinom usmjerene na naredbe `Fit`, `FindFit`, `Curve fitting`, `FitExp`,...), a koje su korištene i za naše potrebe.

EKSPONENCIJALNA OVISNOST

---

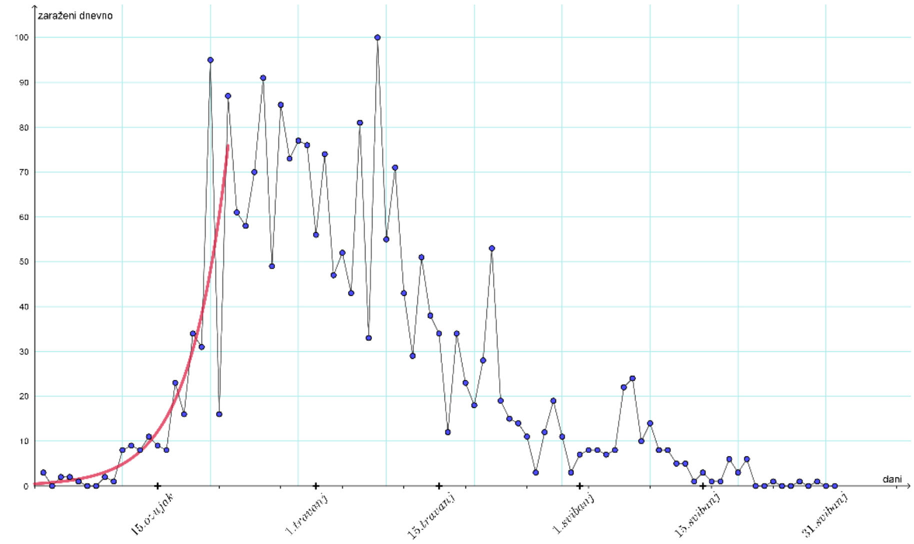
[1] sjećajući se rano preminuloga kolege i nastavnika Tehničke škole Nikole Tesle iz Vukovara Zorana Konjevića

[2] https://www.koronavirus.hr/

[3] potrebno je minimizirati sumu kvadrata razlike između mjerenih i traženih vrijednosti

[4] https://www.wolframalpha.com/input/?i=curve+fitting+&lk=2

Za prvi dio prvog vala, na grafu prikazano razdoblje od 02. do 23. ožujka, može se reći kako vrijedi eksponencijalna ovisnost, odnosno, kako broj zaraženih slijedi eksponencijalni rast.



Opći oblik eksponencijalne funkcije koja najbolje prati prikaznu promjenu rasta novozaraženih jest:

$$z(t) = z_0\, e^{kt}$$

gdje parametar z_0 jest broj zaraženih u trenutku $t = 0$, a parametar k brzina rasta broja novozaraženih. Najbolje podudaranje vrijednosti funkcije i stvarnih vrijednosti postiže se za slijedeći odabir parametra z_0 i k:

$$z(t) = 0,495481 e^{0,228714t}; \quad 0 \le t \le 21$$

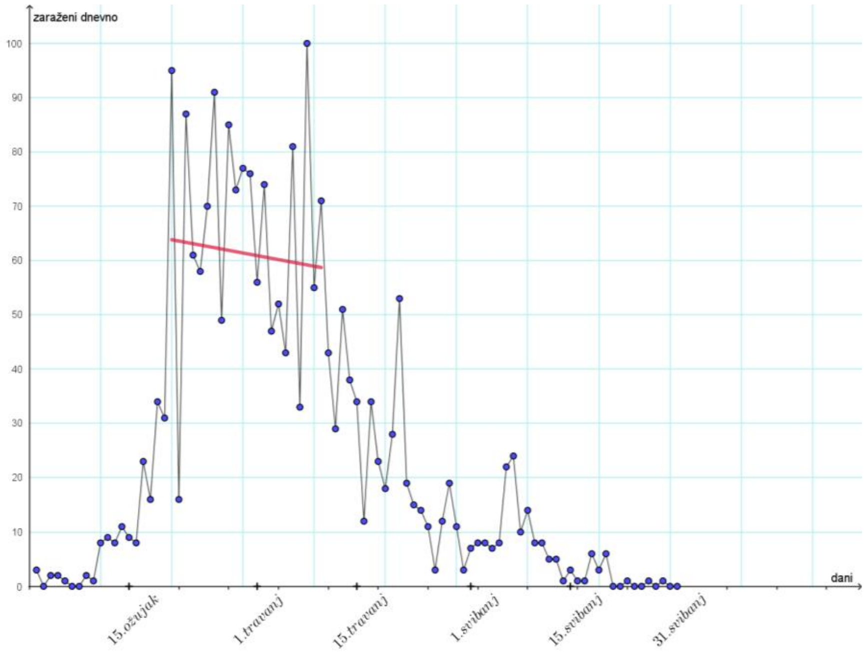
LINEARNA OVISNOST

Nakon eksponencijalnog rasta primjetan je trend stagnacije ili vrlo blagog pada broja novozaraženih u razdoblju od 21 dana, od 22. ožujka do 11. travnja. Ovom drugom, po trajanju približno jednako dugom, dijelu pripada linearna ovisnost koju opisuje opća linearna funkcija:

$$z(t) = k\,t + z_0$$

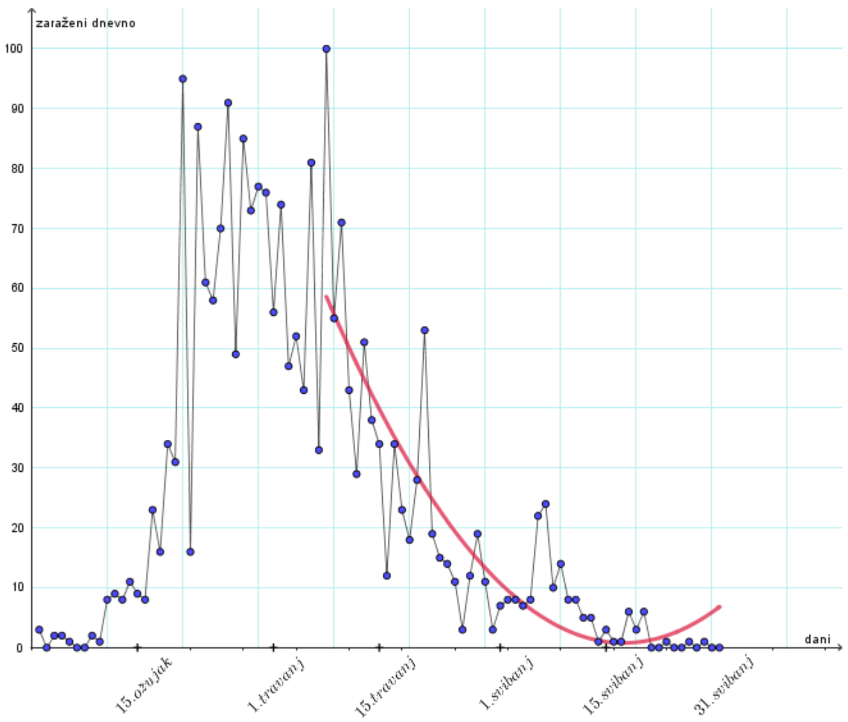
u kojoj slobodni član z_0 predstavlja broj zaraženih u trenutku $t = 20$ (kada je prestao eksponencijalni rast), a linearni parametar k brzinu rasta, odnosno pada broja novozaraženih. Dužina na grafu je promatrani omeđeni dio tražene linearne funkcije koju opisuju konkretni parametri:

$$z(t) = -0,24393t + 68,7143; \quad 20 \le t \le 41$$



KVADRATNA OVISNOST

Tridesetdevetoga dana od početka praćenja zabilježena je maksimalna vrijednost kada je incidencija iznosila 100 zaraženih, a od tog trenutka njihov broj je u padu. Lako je uočiti kako u vremenu od 09. travnja do 31. svibnja pad nije linearan, a izbor kvadratne funkcije je temeljen na raznolikosti primjena matematičkih funkcija.



Kvadratnu ovisnost opisuje opća kvadratna funkcija[5] oblika:

$$z(t) = kt^2 + lt + z_0$$

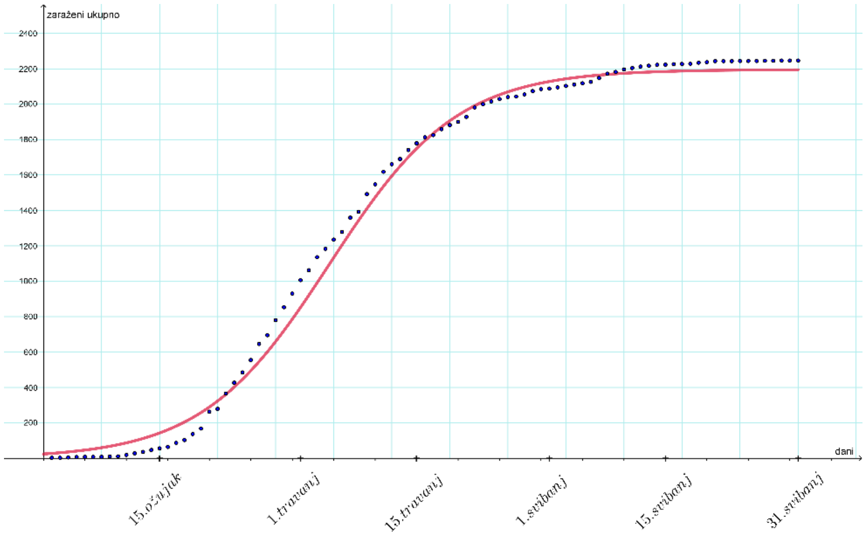
gdje kvadratni k, linearni l i slobodni z_0 parametar određuju oblik i položaj parabole, ili jednog njenog dijela u koordinatnom sustavu. Na grafu prikazan dio kvadratne ovisnosti opisuje funkcija:

$$z(t) = 0{,}037t^2 - 5{,}858t + 230{,}172\,; \qquad 39 \le t \le 91$$

[5] ili polinomijalna funkcija reda 2

LOGISTIČKA KRIVULJA

U prethodnim je primjerima praćen dnevni prirast zaraženih, no vrlo je često praćenje ukupnog broja zaraženih iz dana u dan. Oblik takve krivulje sličan je obliku slova S, u nekim literaturama, slobodno prevedeno, koristi se izraz es-olika ili sigmoidna krivulja[6], a prikazan je slijedećom slikom upravo na primjeru promatranoga prvog vala pandemije.



Opći oblik logističke krivulje jest:

$$z = \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-rt}}$$

gdje je N_0 broj populacije $N_0 = N(0)$ u početnom trenutku $t = 0$, K nosivi kapacitet (najveći broj koji populacija može doseći), a r intenzitet zaraze. Koristeći se naredbom `FitLogistic` u računalnom paketu Geogebra, logistička krivulja prvog vala naše pandemije, prikazana crveno na slici, jest funkcija oblika:

$$z = \frac{2195{,}87}{1 + 88{,}72 \cdot e^{-0{,}13 \cdot t}}; \qquad 0 \le t \le 91$$

NA KRAJU

U procesu učenja općenito, primjeri i primjene zauzimaju vrlo važno mjesto i nerijetko se koriste u različitim fazama. Već na samom početku procesa učenja ponekad je važno pokazati određene primjere, ali i primjene nastavnih jedinica ili cjelina koje se obrađuju. Isto tako, pri evaluacijama i vrednovanjima, postupak pronalaženja primjera i postupak primjene naučenog ukazuju na vrlo visoku razinu i stupanj usvojenosti znanja (i teorijskog i operativnog).
Zato je, uz samu aktualnost događaja, poželjno podsjetiti učenike, prikazati pojmove linearnoga, kvadratnog i eksponencijalnog rasta usvajane u trajanju njihova srednjoškolskog obrazovanja i uputiti na njihovu primjenu u svijetu u kojemu živimo, što je i bio cilj ovog rada.

LITERATURA

1. W. E. Boyce, R. C. DiPrima, Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems fifth edition, John Wiley & Sons, Inc. 1992. New York
2. B. Dakić, N. Elezović, *Matematika 3,* 1. dio, udžbenik za 3. razred gimnazija i strukovnih škola (4 ili 5 sati nastave tjedno), Element, Zagreb 2019.
3. N. Elezović, *Matematika u doba pandemije,* MiŠ, str.163./br.104./god.21. travanj 2020.
4. https://mathworld.wolfram.com/PopulationGrowth.html
5. https://opentextbc.ca/calculusv2openstax/chapter/the-logistic-equation/

[6] S-shaped curve ili sigmoid curve