

AEROSOLI, KAPLJICE I VIRUSI

U proteklom pandemijskom razdoblju glavni je cilj bio suzbijanje širenja koronavirusa, nositelja bolesti COVID-19. Jedna od važnih zadataka na tom putu upravo je bila proučiti širenje virusa i njegovo zadržavanje u prostoru što je rezultiralo stvaranjem raznih znanstvenih, a prije svega matematičkih i fizikalnih modela.

Uz važne parametre, brzinu širenja i koncentraciju virusa, uz zahvaćeni prostor valja istaći i vrijeme ekspozicije kako bi se raspolagalo potpunim informacijama. Kako se virusi prenose putem kapljica i aerosoli, očito je kako se do ozbiljnijih podataka nemože doći bez osnova fizike fluida.

ZADATAK Odrediti vrijeme zadržavanja kapi i aerosoli (kao nositelja virusa) u zraku.

RJEŠENJE Aerosoli i kapi su suspenzije čestica krutih tvari ili kapljica u plinu određenih svojim promjerom. Red veličina¹ i njihove mase prikazani su slijedom i uz sliku 1.

veličina virusa - promjer: $50 - 200 \text{ nm} = (5 - 20) \cdot 10^{-8} \text{ m}$

masa² virusa: $10^3 \text{ MDa} = 10^3 \cdot 10^6 \cdot 1.6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1.661 \cdot 10^{-18} \text{ kg}$

veličina bio-aerosoli - promjer: $< 1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$

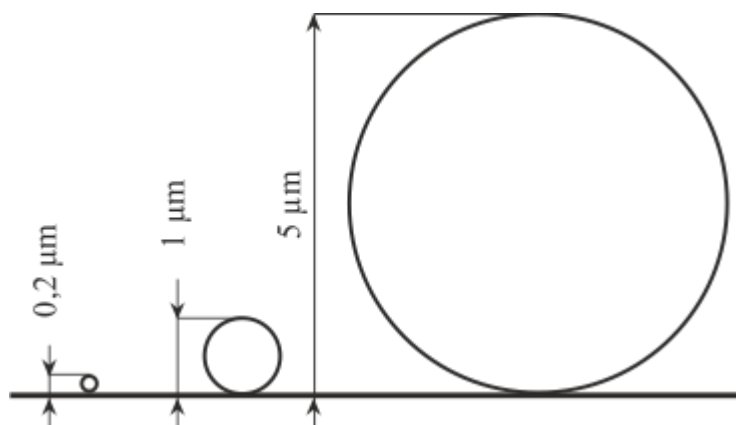
$d_{AS} = 1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$; $\rho_{AS} = 1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3$; $m_{AS} = 5.236 \cdot 10^{-16} \text{ kg}$

veličina kapljica - promjer: $> 5 \mu\text{m} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

$d_{KAP} = 20 \mu\text{m} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$; $\rho_{KAP} = 1.1 \text{ g/cm}^3 = 1.1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$; $m_{KAP} = 3.686 \cdot 10^{-14} \text{ kg}$

gustoća zraka pri 20°C : $\rho_z = 1.2041 \text{ kg/m}^3$

brzina slobodnog pada aerosoli/kapljica: $v_{AK} \sim 1 \text{ cm/s} = 10^{-2} \text{ m/s}$



Slika 1.

U temeljna razmatranja navedenoga zadatka ugrađene su sljedeće fizikalne pojavnosti:

1) uzgon $F_U = \rho V g$

2) aerodinamička sila otpora: $F_D = \frac{1}{2} \rho v^2 C_D A$

3) Stokesova sila $F_S = 6\pi\eta r v$

Polazna pretpostavka je da se aerosol/kapljica sfernog oblika nalazi na visini 1.75 m od razine zemlje (približno prosječna visina čovjeka) i bez početne brzine.

1.1 SLOBODNI PAD Najjednostavniji je slučaj slobodni pad čestice aerosoli/kapljice u početnom stanju mirovanja. Za dane podatke je:

¹ <https://myweb.uiowa.edu/tpeters/IH1/Aerosols/AerosolFormulae.pdf>

² 1Da (Dalton) mjerna jedinica mase definirana kao 1/12 nevezanog neutralnog atoma ugljika ¹²C u svom osnovnom stanju i stanju mirovanja.

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.75}{9.81}} = 0.597 \text{ s}$$

1.2. UZGON Kada se promatrano tijelo nalazi u sredini gustoće ρ , na tijelo djeluje sila uzgona proporcionalna gustoći sredine i svome obujmu. Smjer sile uzgona je suprotan smjeru sile teže pa je uvjet ravnoteže sila:

$$\begin{aligned} -\vec{G} + \vec{U} &= 0 \\ -mg + \rho_z Vg &= 0 \end{aligned}$$

Može li i pod kojim uvjetima aerosol/kapljica uravnoteženo lebdjeti? Za naše uvjete s početka zadatka je:

aerosol	kapljica
$-m_{AS} \cdot g + \rho \cdot \frac{4}{3} r_{AS}^3 \cdot \pi \cdot g = 0$	$-m_{KAP} \cdot g + \rho \cdot \frac{4}{3} r_{KAP}^3 \cdot \pi \cdot g = 0$
$-5.236 \cdot 10^{-16} \cdot 9.81 + 1.2041 \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 10^{-6}\right)^3 \cdot \pi \cdot 9.81 = 0$	$-3.686 \cdot 10^{-14} \cdot 9.81 + 1.2041 \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^{-5}}{2}\right)^3 \cdot \pi \cdot 9.81 = 0$
$-5.1303 \cdot 10^{-15} \neq 0$	$-3.121 \cdot 10^{-13} \neq 0$

Oba rezultata pokazuju kako, i aerosoli, i kapljice, nisu u ravnoteži, dakle ne lebde. Čak uzimajući u obzir negativan predznak (isti kao i predznak sile teže), zaključak je kako je dokazano gibanje aerosoli/kapljice smjera djelovanja sile teže što mi doživljavamo prema dolje.

Sada valja istražiti koja tijela i pod kakvim uvjetima lebde. Iz jednakosti ravnoteže sila slijedi:

$$\frac{m}{V} = \rho_z$$

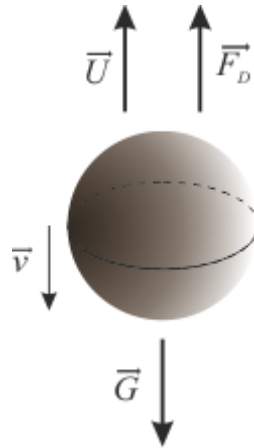
Ako je promjer veličina koja određuje aerosol, odnosno kapljicu, tada treba potražiti masu koja zadovoljava uvjet lebdenja:

$$m_{AS0} = \rho_z V = 1.2041 \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 10^{-6}\right)^3 \cdot \pi = 6.305 \cdot 10^{-19} \text{ kg} < 5.236 \cdot 10^{-16} \text{ kg} = m_{AS}$$

$$m_{KAP0} = \rho_z V = 1.2041 \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^{-5}}{2}\right)^3 \cdot \pi = 5.044 \cdot 10^{-15} \text{ kg} < 3.686 \cdot 10^{-14} \text{ kg} = m_{KAP}$$

Očito je kako je potrebna manja masa aerosoli/kapljice da bi došlo do njihovog lebdenja. Uključi li se u ovo razmatranje i virus (njegovi su nositelji aerosoli/kapljice), čija je gustoća nešto manja od 400 kg/m^3 , ali znatno veća od gustoće zraka, zaključak je kako se sustav aerosol/kapljica-virus sigurno giba, kako je navedeno, u smjeru djelovanja sile teže. Primijeni li se 1. Newtonov zakon na gornji rezultat ravnoteže sila, zaključak je kako brzina gibanja ovog sustava nije stalna, već je promjenljiva, što uvodi i pojam akceleracije u ovo razmatranje.

Prema 2. Newtonovom zakonu, djelovanje sile mijenja količinu gibanja, odnosno brzinu uz uvjet nepromijenjene mase, što je slučaj s aerosolima/kapljicama. Kako bi se što potpunije istražilo ponašanje promatranih tijela, valja u obzir uzeti sve sile čiji doprinos nije zanemariv.



Slika 2.

1.3. UZGON I AERODINAMIČKI OTPOR Prilikom gibanja u sredstvu, uz uzgon tijelo mase m nailazi na otpor sredstva koji ovisi o gustoći sredine ρ , kvadratu brzine gibanja tijela v^2 , poprečnom presjeku tijela³ A (uzima se najveća površina okomita na smjer gibanja) i koeficijentu sile otpora C_D (ovisi o obliku tijela). Sila otpora smjerom je suprotna smjeru sile teže, tako da je:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{G} + \vec{U} + \vec{F}_D$$

$$m \frac{dv}{dt} = -mg + \rho_z Vg + \frac{1}{2} \rho v^2 C_D A$$

gdje je diferencijalni⁴ član $\frac{dv}{dt}$ mjera promjene brzine u odnosu na promjenu vremena, a predstavlja promjenljivi član ukupne sile.

Fizikalni pokusi pokazuju kako je ubrzanje aerosoli/kapljice vrlo malo, opadajućeg trenda i vremenom iščezava, što ukazuje da je diferencijalni član približno jednak nuli te se može i izjednačiti s nulom. Ova aproksimacija je opravdana obzirom na fenomenološko promatranje ove fizikalne pojave, a kako će se kasnije vidjeti, i zbog raznih drugih značajnih uticaja. Iz

$$\frac{dv}{dt} = 0 \rightarrow -mg + \rho_z Vg + \frac{1}{2} \rho v^2 C_D A = 0$$

jednostavnim postupkom za brzinu v dobiva se

$$v = \sqrt{\frac{2g \left(m - \rho_z \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \right)}{\rho_z C_D \left(\frac{d}{2} \right)^2 \pi}}$$

odnosno, slijedom za čestice aerosoli/kapljice je

$$v_{AS} = \sqrt{\frac{2g \left(m_{AS} - \rho_z \cdot \frac{4}{3} r_{AS}^3 \pi \right)}{\rho_z C_D \left(\frac{d_{AS}}{2} \right)^2 \pi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9.81 \cdot \left(5.236 \cdot 10^{-16} - 1.2041 \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{10^{-6}}{2} \right)^3 \cdot \pi \right)}{1.2041 \cdot 0.47 \cdot \left(\frac{10^{-6}}{2} \right)^2 \cdot \pi}} = 0.1519 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

³ pretpostavljen je sferni kao najbliži oblik

⁴ dio infinitezimalnog računa s kojim se učenici susreću u nastavi matematike tek sredinom 4. razreda srednjih škola

$$v_{KAP} = \sqrt{\frac{2g \left(m_{KAP} - \rho_Z \cdot \frac{4}{3} r_{KAP}^3 \pi \right)}{\rho_Z C_D \left(\frac{d_{KAP}}{2} \right)^2 \pi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9.81 \cdot \left(3.686 \cdot 10^{-14} - 1.2041 \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^{-5}}{2} \right)^3 \cdot \pi \right)}{1.2041 \cdot 0.47 \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^{-5}}{2} \right)^2 \cdot \pi}} = 0.0593 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

a vrijeme njihova zadržavanja na putu $h = 1.75$ m biti će

$$t_{AS} = \frac{s}{v} = \frac{h}{v} = \frac{1.75}{0.1519} = 11.52 \text{ s}$$

$$t_{KAP} = \frac{s}{v} = \frac{h}{v} = \frac{1.75}{0.059254} = 29.53 \text{ s}$$

Iz dobivenih podataka moguće je saznati i nešto više o samom gibanju aerosoli/kapljice u naznačenim uvjetima. Prema veličini Reynoldsovog⁵ broja izvodi se zaključak radi li se o laminarnom ili turbulentnom strujanju fluida; za promatrane slučajeve aerosoli/kapljice pri $l = h = 1.75$ m je

$$R_{eA} = \frac{\rho \cdot v_A \cdot l}{\eta} = 17.78$$

$$R_{eK} = \frac{\rho \cdot v_K \cdot l}{\eta} = 6.94$$

gdje je η dinamička viskoznost fluida (za zrak na temperaturi $T = 20^\circ \text{C}$ je $\eta = 0.018$). Očito, radi se o izrazito laminarnom gibanju jer je uvjet za ovu vrstu gibanja $R_e < 2320$.

U izrazu za silu aerodinamičkog otpora, sila ovisi o kvadratu brzine. Pri malim brzinama, vrijednost sile otpora još je manja te u jednom trenutku može postati toliko mala da je zanemariva. Naravno, sila otpora postoji i u ovom slučaju kada su brzine znatno manje.

Stokesov zakon gibanja čestica u fluidu najbolje opisuje laminarno gibanje malih čestica pri malim brzinama uz mali Reynoldsov broj $R_e < 1$ što najviše odgovara uvjetima gibanja aerosoli/kapljice.

Ipak, za vrijednosti Reynoldsova broja $R_e > 1$ potrebno je uvesti korekciju poznatu kao Cunninghamov faktor korekcije

$$C_C = 1 + \frac{2\lambda}{d} \left(1.257 + 0.4e^{-0.55\frac{d}{\lambda}} \right)$$

koji ovisi o λ - srednjem slobodnom putu⁶ i d - promjeru čestice. Opravdanost uvođenja navedenog korekcijskog faktora potvrđena je rezultatima brojnih pokusa kojima je pokazano kako je upravo omjer $K_n = \lambda/d$, poznat kao Knudsenov broj, bitan u proučavanju mehanike fluida, a za aerosoli je $K_n > 100$, odnosno $C_C = 331.96$. Na neki način, Knudsenov broj i Cunninghamova ispravka neizravno upućuju na važnu značajku mikroprirode i čovjekovu intuitivsku slutnju: srednji slobodan put mikročestice znatno je veći od njezine veličine (u ovom slučaju i preko 100 puta) odnosno, većim dijelom plin čini prazan prostor.

1.4. UZGON I STOKESOVA SILA Uz izbor primjerenije sile otpora, primjenu Stokesovog zakona uz Cunninghamov faktor korekcije C_C , jednadžba gibanja ima oblik

$$m \frac{dv_{AS}}{dt} = \frac{3\pi\eta d_{AS}}{C_C} (v_Z - v_{AS}) + mg$$

gdje je η dinamička viskoznost fluida (za zrak na temperaturi $T = 20^\circ \text{C}$ je $\eta = 0.018$), d_{AS} promjer čestice aerosoli, v_Z brzina fluida, odnosno zraka (u promatranom slučaju jednaka nuli) i v_{AS} brzina čestice (u zadatku aerosoli). Brzina aerosoli/kapljice u zraku je

⁵ radi se o bezdimezijskoj veličini

⁶ srednja udaljenost koju pređe čestica bez promjene smjera gibanja ili energije.

$$v_{AS} = \frac{d_{AS}^2 \rho_{AS} C_C g}{18\eta} = \frac{(10^{-6})^2 \cdot 10^3 \cdot 331.96 \cdot 9.81}{18 \cdot 1.824 \cdot 10^{-5}} = 9.919 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{KAP} = \frac{d_{KAP}^2 (\rho_{KAP} - \rho) g}{18\eta} = \frac{(2 \cdot 10^{-5})^2 \cdot (1.1 \cdot 10^3 - 1.2041) \cdot 9.81}{18 \cdot 1.824 \cdot 10^{-5}} = 1.313 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

tako da je vrijeme potrebno da aerosol/kapljica padne na zemlju

$$t_{AS} = \frac{s}{v} = \frac{h}{v} = \frac{1.75}{9.919 \cdot 10^{-3}} = 176.43 \text{ s}$$

$$t_{KAP} = \frac{s}{v} = \frac{h}{v} = \frac{1.75}{1.313 \cdot 10^{-2}} = 133.28 \text{ s}$$

ili izraženo, bliže čovjekovu poimanju vremena, u minutama $t_{AS} = 2.94 \text{ min}$, odnosno $t_{KAP} = 2.22 \text{ min}$. Usporedbe radi, u poznatom pokusu određivanja elementarnog naboja, znanog i kao Millikanov pokus s kapi ulja, za terminalnu brzinu⁷ kapi ulja dobivene su vrijednosti $3.2 \cdot 10^{-4} \text{ ms}^{-1} < v < 1.17 \cdot 10^{-3} \text{ ms}^{-1}$. Kap ulja veličine je $d_{ULJE} = 2 \mu\text{m} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ i gustoće $\rho_{ULJE} = 800 \text{ kg/m}^3$ na sobnoj temperaturi.

Fizička realnost uključuje, prije svega, mnoštvo čestica gdje nije zanemarljiv doprinos bližih čestica i njihova međusobna interakcija. Pojedini znanstvenici polaze upravo od proučavanja mnoštva čestica i Brownova gibanja pretpostavljajući potpuni kaos među česticama. Ipak, usmjereni oblaci nositelja virusa nastali disanjem, kašljanjem, kihanjem upućuju na relativno usmjereno, ali vrlo složeno gibanje mnoštva čestica s početnim brzinama (disanje 1 ms^{-1} , kašljanje 10 ms^{-1} , a kihanje čak 50 ms^{-1}) i smjerom različitim od smjera slobodnog pada. Različiti dinamički modeli uzimaju u obzir i temperaturu, tlak, vanjsko strujanje, elektrostatski uticaj itd.

Na kraju, valja podsjetiti kako je dobiveni rezultat približan uz značajna ograničenja ili pojednostavljenja jer predstavlja model gibanja jedne čestice aerosoli/kapljice bez početne brzine i raznih vanjskih uticaja. I takav pojednostavljen model jasno ukazuje na mehanizam kapljičnog prijenosa i moguće načine suzbijanja zaraze, od kojih, npr. distanciranje na udaljenosti 2 m djeluje opravdano. Pokazalo se kako slobodan pad s početka razmatranja i nije baš tako slobodan, najviše zahvaljujući zakonitostima fizike fluida.

⁷ <https://studylib.net/doc/25370448/millikan-s-oil-drop-experiment>

LITERATURA:

- 1) Kevin P. Fennelly; „Particle sizes of infectious aerosols: implications for infection control”; The Lancet Respiratory Medicine; volume 8, issue 9, p914-924, september 01, 2020,
- 2) Luis A. Anchordoqui, Eugene M. Chudnovsky ; „A physicist view of COVID-19 airborne infection through convective airflow in indoor spaces“; <https://arxiv.org/pdf/2003.13689.pdf>
- 3) <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC7224694/>
- 4) [https://doi.org/10.1175/1520-0450\(1968\)007%3C0944:FSOAP%3E2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(1968)007%3C0944:FSOAP%3E2.0.CO;2)
- 5) https://webpace.clarkson.edu/projects/crcd/public_html/me537/downloads/slides/1_Introduction.pdf
- 6) <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/5.0042952>